**Часть 4. Решение алгебраической проблемы собственных значений**

**Формулировка задачи и ее формализация**

Для заданной матрицы А требуется найти собственные числа λ и соответствующие им собственные векторы X методом Якоби. Выполняется равенство , где X – ненулевой собственный вектор матрицы А, λ – соответствующее ему собственное число.

**Алгоритм метода и условие его применимости**

Метод Якоби для собственных значений – итерационный алгоритм для вычисления собственных значений и собственных векторов вещественной симметричной матрицы. Метод вращений Якоби применим только для симметрических матриц и решает полную проблему собственных значений и собственных векторов таких матриц. Он основан на отыскании с помощью итерационных процедур матрицы в преобразовании подобия , а поскольку для симметрических матриц матрица вращения U является ортогональной , то , где - диагональная матрица с собственными значениями на главной диагонали.

Алгоритм:

1. Находим номер строки i, такой что из всей матрицы
2. || = - выбираем максимальный по модулю элемент
3. , из условия
4. : – построение матрицы вращения

1. =
2. Выполняем пункты 1-4, пока > ε (хотя бы один внедиагональный элемент)
3. , , … ,
4. U = … – матрица собственных векторов

= (,

= (,

= (.

Условия применимости:

А = , проверяем с помощью пакета Matab.

**Предварительный анализ задачи и условий применимости метода**

Для исследования работы метода выберем матрицы с большими и маленькими числами обусловленности, а также с плохой и хорошей отделимостью собственных чисел (проверим с помощью пакета Matlab).

**Тестовый пример с детальными расчетами для задачи малой размерности**

А =

1. = 0.7854
2. =
3. =
4. = -0.6979
5. =
6. =
7. U =

**Модульная структура программы**

Программа состоит из n модулей:

**Численный анализ решения задачи**

Для исследования были выбраны матрицы размерности .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число обусловленностей | Отделимость собственных чисел | Вектор невязки | Кол-во итераций |
| 27.335209 | Хорошая | 1.898919е-090 | 51 |
| 1.170136 | Плохая | -1.392369e-080 | 91 |
| 44233.010520 | Хорошая | 2.300733e-080 | 90 |
| 44936.092636 | Плохая | 2.222282e-070 | 124 |

**Краткие выводы**

Метод Якоби эффективен для матриц как для матриц с маленьким, так и с большим числом обусловленности, однако для матриц с большим числом обусловленности требуется незначительно больше итераций для поиска решения, чем для матриц с маленьким числом обусловленности. Количество итераций также возрастает для матриц с плохой отделимостью собственных чисел по сравнению с матрицами с хорошей отделимостью.   
Метод Якоби нахождения собственных чисел и соответствующих им собственных векторов решает полную проблемы собственных значений и собственных векторов для задачи малой размерности.